

1 Aus den Anfängen der Quantenmechanik

Die folgenden Kapitel sind die Übersetzung des portugiesischen Originals "Mecânica Quântica", ebenfalls in <http://instructioneducation.info/>.

1.1 Die Wärmestrahlung

In den letzten Jahren des XIX. Jh., vor allem im Jahr 1900, suchte *Max Planck* (1858-1947) eine Formel zu finden, mit der er die "Isothermen" eines "schwarzen Körpers" beschreiben könnte, die von *Lummer* und *Pringsheim* sowie von *Rubens* und *Kurlbaum* um 1900 gemessen wurden.

Der Begriff "schwarzer Körper" wurde anscheinend von *G.R. Kirchhoff* (1824-1887), Mentor von *M. Planck*, in die Physik eingeführt. Es handelt sich um einen idealen Körper, der alle elektromagnetische Strahlung, die auf ihn einfällt, absorbiert. Ein Modell dieses "Körpers" ist ein Hohlraum, der eine kleine Öffnung besitzt. Diese Öffnung absorbiert praktisch alle auf sie eintreffende Strahlung. Ist der Hohlraum so gestaltet, dass er aufgeheizt werden kann (etwa bis 2000 Grad), so emittiert die Öffnung eine "schwarze Strahlung" (Hohlraumstrahlung). Diese Wärmestrahlung ist eine elektromagnetische Strahlung und kann von einem Kochsalzprisma -oder besser noch von einem Gitter- in ihre Bestandteile (Spektrum) zerlegt werden. Die vorhin genannten "Isothermen" stellen für eine gegebene Temperatur die Intensität der Strahlung in Abhängigkeit von der Wellenlänge dar, vgl. Fig. 1. (Die Wärmestrahlung liegt weitgehend im Infraroten und wird von einem Glasprisma absorbiert. Dies ist der Grund dafür, dass man die Messungen mit einem (teuren!) Kochsalzprisma machen muss.)

Die Isothermen haben alle ein ausgeprägtes Maximum. Die Intensität verteilt sich kontinuierlich über alle Wellenlängen des Spektrums.

Die Wärmestrahlung wurde schon vor Planck theoretisch untersucht, aber Niemand war in der Lage, den korrekten Verlauf einer Isothermen zu beschreiben, nur Teilaussagen wurden mitgeteilt. *Willi Wien* (1864-1928) konnte zeigen, dass die spektrale Strahldichte proportional zur dritten Potenz der Frequenz ist: $\rho(f,T) \sim f^3$. *Josef Stefan* (1835-1893) hatte experimentell gefunden, dass die abgestrahlte Leistung proportional zur vierten Potenz der Temperatur ist: $L \sim T^4$.

Für kurze Wellenlängen war von *Wien* ein Verteilungsgesetz bekannt, und von *Rayleigh* und *Jeans* gab es ein Gesetz, das zufriedenstellend bei langen Wellenlängen "funktioniert":

$$I(\lambda, T) = 2\pi c k T / \lambda^4$$

Dieses Gesetz versagt bei sehr kurzen Wellenlängen, weil es voraussagt, dass die Intensität (Leistung pro Flächeneinheit) der Strahlung unendlich wird, wenn die Wellenlänge λ gegen Null strebt. Diese "Ultraviolett-Katastrophe" widersprach allen experimentellen Ergebnissen, die alle zeigten, dass I gegen Null strebt, wenn λ gegen Null geht.

Das *Wiensche* Verteilungsgesetz hat die Form $I(\lambda, T) = 2\pi c^2 h \lambda^{-5} e^{-ch/(k\lambda T)}$ und ist eine Annäherung an das schließlich von *Planck* gefundene Gesetz (1) für kurze Wellenlängen und für Temperaturen bis etwa 3000K.

Das *Plancksche* Gesetz (Ann.Phys.4, 553 (1901)) beschreibt im Vakuum exakt den gesamten Verlauf der Strahlungsintensität. Messungen in der Luft oder in Flüssigkeiten zeigen i.Allg. sogenannte *Absorptionsbanden*, d.h. Wellenlängenbereiche, auf denen die Wärmestrahlung absorbiert wird.

1.1.1 Einzelheiten

Jeder heiße Körper (z.B. die Sonne) strahlt alle Wellenlängen des elektromagnetischen Spektrums ab. Das *Plancksche* Gesetz (1) ist das zentrale Gesetz eines Wärmestrahlers. Das Gesetz kann folgendermaßen geschrieben werden

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \quad (1)$$

$I(\lambda, T)$ = Intensität der nicht polarisierten Strahlung (Wärmestrahlung ist nicht polarisiert), die in den Halbraum gestrahlt wird.

Genauer: Es handelt sich um die Leistung, die von der Flächeneinheit eines schwarzen Körpers bei der abs. Temperatur T pro Wellenlängeneinheit in den Raum gestrahlt wird. Bezieht man diese Leistung auf die Raumwinkeleinheit ($1\text{sr} = 1$ Steradian), so spricht man statt von der Intensität von der *spektralen Strahldichte*.

In der Literatur findet man als Einheiten W/m^3 , W/cm^3 , $W/(cm^2 \cdot cm)$, $W/(cm^2 \cdot \mu m)$ usw.

Die beiden Konstanten sind wie folgt definiert:

$c_1 = c^2 h = 5,954 \cdot 10^{-13} W \cdot cm^2$, $c =$ Lichtgeschwindigkeit. $h = 6,626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ ist die *Plancksche* Konstante.

$c_2 = c h k^{-1} = 1,439 cm \cdot K$; $K =$ Grad Kelvin, $k =$ *Boltzmann*-Konstante mit dem Wert $1,3807 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$.

(Die Einheiten cm und $\mu m = 10^{-4} cm$ werden in der Spektroskopie viel benutzt.)

Wenn der Faktor 2 fehlt, so handelt es sich um die Abstrahlung in den Halbraum einer linearpolarisierten Strahlung. Wenn man die Intensität berechnet, die in die Einheit des Raumwinkels ($\Omega_0 = 1 sr$) gestrahlt wird, hat man auch den Faktor π auszulassen.

Die *Strahlungsleistung* (oder Strahlungsfluss) wird in Watt gemessen: $1W = 1 J/s$. Die *spezifische Ausstrahlung* wird in $Watt/m^2$ angegeben. Die *spektrale spez. Ausstrahlung* in $W/(m^2 \cdot \mu m)$ bezeichnen wir mit $I(\lambda, T)$ und nennen sie einfach *Intensität* der Strahlung.

Die genormten photometrischen Größen findet man in DIN 5031 (vgl. auch http://www.physik.fh-mannheim.de/homepages/kni/lehre/e/lit/2007_vorlesung-studenten.pdf)

Die spektrale spez. Ausstrahlung im Wellenlängenbereich von λ bis $\lambda + d\lambda$ ist gegeben durch $dI(T) = I(\lambda, T)d\lambda$. Dieser Ausdruck hat zur Folge, dass ein Energiemessgerät, z.B. ein Bolometer, nur dann eine zu $I(\lambda, T)$ proportionale Kurve misst, wenn $d\lambda$ während der Messung konstant bleibt. Ein Spektrum mit dieser Eigenschaft wird z.B. von einem Gittermonochromator geliefert (vgl. z.B. http://w3-o.hm.edu/fb06/professoren/maier/PhysikPH4T/Blaetter/Beugung2_BA.pdf).

Ein derartiges Spektrum wird *Normalspektrum* genannt. Ein von einem Prisma erzeugtes Spektrum ist nicht normal, es muss auf ein Normalspektrum "reduziert" werden.

Das folgende MuPAD-Programm zeichnet die Graphen der spektralen spez. Ausstrahlung $I(\lambda, T)$ für drei verschiedene Temperaturen (diese Graphen werden, wie schon erwähnt, Isothermen genannt).

- ```

reset()://Gesetz von Planck
c1:=5.954*10^-13://W·cm^2
c2:=1.439://cm·K
ILT:=2*PI*c1/(l^5*(exp(c2/(l*T))-1))://I(L,T)
werte:=[800,1000,1200]://Temperaturen T
IT:=subs(ILT/1000,T=werte[i])$ i=1..3://I(L,T)
plotfunc2d(IT, l=0..0.0007,
Mesh=1000,GridVisible=TRUE,
AxesTitles=["L/cm", "I(L,T)*10^-3/(W*cm^-3)"]):

```

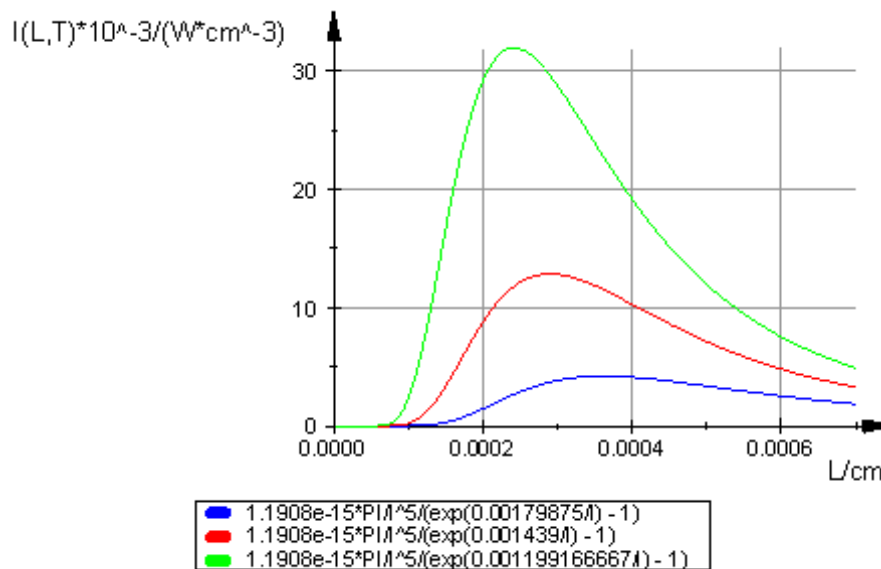


Fig.: 1

Bild 1 stellt drei Graphen von Gleichung (1) dar. Man sieht, dass der größte Teil der Strahlung für "normale" Temperaturen außerhalb des sichtbaren Spektralbereiches (von 0,0004 cm bis 0,0007 cm) liegt. Für  $T = 6000$  K (=Temperatur der Sonnenoberfläche), liegt das Maximum der Isotherme in der Mitte des sichtbaren Bereiches (eine Folge der Evolution).

Aus diesen Isothermen können wir zwei wichtige Gesetze ableiten, die sich auf die Maxima der Isothermen beziehen und von *W. Wien* stammen.

### 1.1.2 Das Wiensche Verschiebungsgesetz

Aus Fig. 1 erkennen wir, dass sich die Maxima der Isothermen mit steigender Temperatur nach kürzeren Wellenlängen hin verschieben. Um eine numerische Beziehung für diese Verschiebung zu finden, benutzen wir die folgenden Messergebnisse (F.J.Mehr):

| T/K  | $\lambda_{\max}/\mu\text{m}$ | $\lambda_{\max}\cdot T/\mu\text{m}\cdot\text{K}$ |
|------|------------------------------|--------------------------------------------------|
| 1200 | 2,41                         | 2890                                             |
| 1000 | 2.88                         | 2880                                             |
| 800  | 3.77                         | 2960                                             |
| 600  | 4,86                         | 2920                                             |

Es scheint, dass das Produkt  $\lambda_{\max}\cdot T$  eine Konstante ist mit einem Wert von etwa  $2920\ \mu\text{m}\cdot\text{K}$ .

Tatsächlich zeigte *W. Wien*, dass diese Aussage allgemeingültig ist. D.h. es gilt das *Wiensche Verschiebungsgesetz*

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{konst.} \quad (2)$$

Der neuere Wert der Konstanten beträgt  $2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}$ .

Für die Sonne gilt  $\lambda_{\max} = 0,51\ \mu\text{m}$ . Aus Gl. (2) erhalten wir für die Temperatur der Sonnenoberfläche  $T = 5682\ \text{K}$ . (Bei dieser Rechnung betrachten wir die Sonne als einen *schwarzen Körper*.)

Es ist einfach, das *Wiensche Verschiebungsgesetz* (2) aus dem *Planckschen Strahlungsgesetz* (1) abzuleiten. Wir wissen, dass für jede Funktion  $f$  von  $x$  die Tangente im Maximum des Graphen horizontal verläuft, d.h.  $df/dx = 0$ . Wenn wir dies auf die Funktion  $I(\lambda, T)$  von *Planck* anwenden, erhalten wir zunächst

$$\frac{dI(\lambda, T)}{d\lambda} = 2\pi c_1 \left( \frac{-5}{\lambda^6 (e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1)} + \frac{\frac{c_2}{T \lambda^2} e^{\frac{c_2}{\lambda T}}}{\lambda^5 (e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1)^2} \right) = 0$$

Wenn man diese Gleichung vereinfacht, erhält man für  $x := c_2/\lambda T$  eine transzendente Gleichung

$$\frac{x e^x}{e^x - 1} = 5 \quad (3)$$

Die Lösung dieser Gleichung bestimmen wir numerisch, z.B. mit MuPAD. Um eine ungefähre Vorstellung von der Lösung zu erhalten, zeichnen wir zunächst einen Graphen, für den wir annehmen, dass die Lösung zwischen  $x = 0$  und  $x = 6$  liegt.

- `f := 5 - x:`  
`g := 5 * exp(-x):`  
`plotfunc2d(f, g, x = 0 .. 6)`

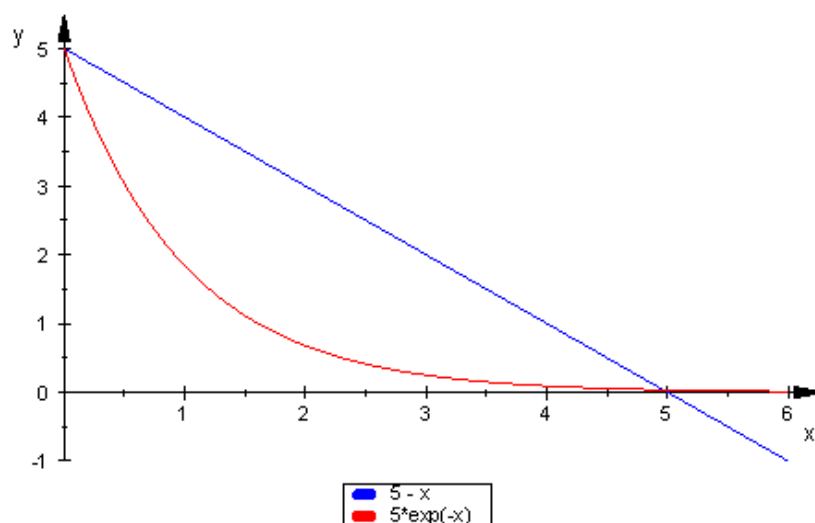


Fig. 2

Die Lösung liegt in der Nähe von  $x = 5$ . Mit der Funktion `numeric::solve` berechnen wir einen hinreichend genauen Wert zwischen  $x = 4$  und  $x = 6$  (MuPAD kann die Lösung auch finden, ohne dass man ein Intervall vorgibt!).

- `reset() :`  
`numeric::solve(x*exp(x)*(exp(x)-1)^-1-5=0,x=4..6)`

{4.965114232}

Die Konstante im *Wienschen Verschiebungsgesetz*, Gl. (2), beträgt demnach  $2898 \mu\text{m}\cdot\text{K}$  –in guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert.

### 1.1.3 Das Wiensche "T<sup>5</sup>" - Gesetz

Wenn man das *Plancksche* Gesetz (1) mit dem *Wienschen* (2) verbindet, erhält man ein weiteres Gesetz, mit dem man für eine bestimmte Temperatur die *Intensität* des Maximums berechnen kann.

In der folgenden Tabelle sehen wir experimentelle Ergebnisse, die das T<sup>5</sup>-Gesetz recht befriedigend bestätigen.

| T/ K | T <sup>5</sup> / K <sup>5</sup> | I <sub>max</sub> / W·cm <sup>-3</sup> | I <sub>max</sub> / T <sup>5</sup> |
|------|---------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|
| 1200 | 2,49·10 <sup>15</sup>           | 32680                                 | 1,31·10 <sup>-11</sup>            |
| 1000 | 1·10 <sup>15</sup>              | 12960                                 | 1,30·10 <sup>-11</sup>            |
| 800  | 0,328·10 <sup>15</sup>          | 4320                                  | 1,32·10 <sup>-11</sup>            |
| 600  | 0,0777·10 <sup>15</sup>         | 1080                                  | 1,39·10 <sup>-11</sup>            |

Die Ergebnisse lassen ein Gesetz der Form  $I_{\text{max}} = c_3 \cdot T^5$  (4) vermuten, worin  $c_3$  eine neue Konstante ist. Die experimentellen Daten liefern für  $c_3$  einen Wert in der Nähe von  $1,34 \cdot 10^{-11} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-3}\cdot\text{K}^{-5}$ .  
Der Literaturwert beträgt  $1,303 \cdot 10^{-11} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-3}\cdot\text{K}^{-5}$ .

**1.1.4 Das Gesetz von Stefan-Boltzmann** (*J. Stefan* 1835-1893;  
*L. Boltzmann* 1844 – 1906)

Durch Integration der Gleichung  $dl = I(\lambda, T) d\lambda$  über alle Wellenlängen erhält man die gesamte bei der Temperatur  $T$  von der Flächeneinheit eines *schwarzen Körpers* in den Halbraum abgestrahlte Leistung

$$I(T) = \int_0^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda \quad (5)$$

Die Rechnung ist einfacher, wenn man die *Plancksche Formel* (1) auf die *Frequenz*  $f$  der Strahlung bezieht. Die Intensitäten müssen dabei der folgenden Beziehung genügen

$$I(\lambda, T) d\lambda = I(f, T) df \quad (6)$$

Zunächst müssen wir die explizite Form der Funktion  $I(f, T)$  bestimmen.

Da  $\lambda = c \cdot f^{-1}$ , erhalten wir  $d\lambda/df = -c \cdot f^{-2}$ . Wir werden die Absolutwerte benutzen:  $|d\lambda| = c/f^2 |df|$ .

Gl. (1) lautet jetzt:  $2\pi c_1 \lambda^{-5} (e^{c_2/\lambda T} - 1)^{-1} \cdot c \cdot f^{-2} \cdot df$ . Wir vereinfachen dies und erhalten

$$I(f, T) df = \frac{2\pi c_1}{c^4} \cdot \frac{f^3}{e^{\frac{c_2 f}{cT}} - 1} \cdot df \quad (7)$$

Mit den Substitutionen

$$x = c_2 f/(cT) \quad \text{und} \quad dx/df = c_2/(cT)$$

ergibt sich

$$I(T) = \int_0^{\infty} I(f, T) df = 2\pi T^4 \frac{c_1}{c_2^4} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \quad (8)$$

Der Wert des Integrals ist einfach  $\pi^4/15$ .



Wir erhalten damit die folgende Formel, die das Gesetz von *Stefan* und *Boltzmann* ausdrückt (  $I(T)$  heißt auch *spezifische Ausstrahlung*):

$$I(T) = \sigma T^4 \quad (9)$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \quad (10)$$

$k$  = *Boltzmann-Konstante* ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K; vgl. Seite 1-3)

(Die emittierte Strahlung entspricht der Fläche unter der gegebenen Isothermen. Man kann diese Fläche näherungsweise als Dreieck auffassen. Z.B. hat die Isotherme von 1000K ungefähr eine Basis von 10  $\mu\text{m}$  und eine Höhe von etwa 13000  $\text{W}/\text{cm}^3$  -vgl. die Werte in der letzten Tabelle. Die Dreiecksfläche beträgt  $(10 \cdot 10^{-6} \text{m} \cdot 13000 \text{ W}/\text{cm}^3)/2 = 6,5 \cdot 10^4 \text{ W}/\text{m}^2$ .

Für die *Stefan-Boltzmann-Konstante* ergibt sich dann näherungsweise  $\sigma \approx 6,5 \cdot 10^4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} / (10^3 \text{ K})^4 = 6,5 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$  ).

### Beispiel:

Auch mithilfe des *Stefan-Boltzmannschen Gesetzes* können wir die Temperatur der Sonnenoberfläche berechnen (Sonne als *schwarzer Körper*), indem wir die Energie messen, die 1  $\text{m}^2$  der Erdoberfläche pro Sekunde empfängt. Diese *Bestrahlungsstärke* wird *Solarkonstante* genannt. Führt man die Messungen unter senkrechter Bestrahlung und außerhalb der Atmosphäre aus, so ergibt sich als Wert der *Solarkonstanten* 1367  $\text{W}/\text{m}^2$ . (Von der gesamten Sonneneinstrahlung auf die äußersten Schichten der Atmosphäre gelangen wegen Absorption und Reflexion nur etwa 67% auf die Erdoberfläche.)

Wir nehmen jetzt diesen Wert von 1367  $\text{W}/\text{m}^2$  –und vergessen alle Verluste. Die Entfernung Erde-Sonne beträgt  $d = 1,49 \cdot 10^8$  km. Der Sonnenradius ist  $r = 695\,550$  km. Die Sonnenoberfläche strahlt pro Sekunde die Energie  $E_s = 4\pi r^2 \cdot E_0$  ab, worin  $E_0$  die Energie ist, die 1  $\text{m}^2$  Sonnenoberfläche pro Sekunde abstrahlt.

1  $\text{m}^2$  der Erdoberfläche empfängt pro Sekunde die Energie  $E_T = E_s / 4\pi d^2$ . Es

$$\text{gilt also } E_0 = E_T \cdot \frac{d^2}{r^2}.$$

Das *Stefan-Boltzmannsche Gesetz* liefert  $T = \sqrt[4]{\frac{I}{\sigma}} = \sqrt{\frac{d}{r}} \sqrt[4]{\frac{E_T}{\sigma}} = 5707K.$

Vom klassischen Standpunkt aus entsteht die Wärmestrahlung durch beschleunigte geladene Teilchen, die sich an der Innenseite des strahlenden Hohlraums ungeordnet bewegen. Diese Ladungen, sie werden auch *Hertzische Oszillatoren* genannt (*Heinrich Hertz* 1857-1894, vgl. zu diesen Oszillatoren <http://fma.if.usp.br/~fleming/hertz/hertz.html>), senden Strahlung aus, ähnlich wie diese Miniantennen (Dipole). Die Beschleunigung dieser Ladungen (Elektronen) entsteht durch thermische Bewegung. Die Verteilung dieser Beschleunigungen kann das kontinuierliche Strahlungsspektrum erklären.

Alle Versuche, die Isothermen des *schwarzen Körpers* befriedigend zu erklären, schlugen jedoch fehl -bis *Planck* mit einer radikalen Hypothese der Durchbruch gelang: *die Elementarstrahler können nur in diskreter Form Energie abstrahlen oder absorbieren*. Diese Annahme markierte den Beginn der *Quanten-Physik*.

Diese kleinen Energiepäckchen nennen wir heutzutage *Lichtquanten* oder *Photonen*. (*G.N.Lewis* führte 1926 den Namen *Photon* für ein Lichtquant ein.)

Jedes Photon trägt eine Energie  $E$ , die sich folgendermaßen berechnen lässt:

$$E = h \cdot f \quad . (11)$$

$h$  ist die sogenannte *Plancksche Konstante* mit dem Wert  $6,6252 \cdot 10^{-34}$  Js, und  $f$  ist die Frequenz, die man dem Photon zuschreibt (vgl. später, Kap. 3, die genauere Erklärung der Grundlagen der Quantenphysik).

## 1.2 Der Photoeffekt

Im Jahre 1905 verallgemeinerte *Albert Einstein* (1879-1955, Ann. Phys. **17**, 132 (1905)) den Begriff der Planckschen Quantisierung, indem er aussagte, dass Licht (oder jede andere elektromagnetische Welle der Frequenz  $f$ ) als ein Strom von Photonen angesehen werden kann.

*Einstein* erklärte den *Photoeffekt* (Austritt von Elektronen aus Metallen und anderen Stoffen infolge von Bestrahlung mit *Photonen*) folgendermaßen: 1. das Elektron absorbiert zuerst vollständig eine Lichtquant der Energie  $hf$ , 2. das Elektron verlässt die Metalloberfläche, falls  $hf$  größer ist als ein gewisser Betrag  $W$ . ( $W$  ist die sogenannte *Austrittsarbeit*, d.h. die Energie, die aufgewandt werden muss, um das Elektron aus dem Metall zu befreien.)

Das emittierte Elektron (Photoelektron) hat die kinetische Energie

$$E_k = h \cdot f - W \quad (12)$$

Den Maximalwert dieser Energie erhält das Elektron, das am schwächsten gebunden ist. Seine kinetische Energie beträgt

$$E_{k,max} = h \cdot f - W_0, \quad (13)$$

worin  $W_0$  die minimale Bindungsenergie der Metallelektronen ist.  $W_0$  wird auch *work function* genannt und beträgt einige eV (z.B.  $W_0 = 2,46$  eV für Natrium (Na);  $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-9} \text{ J}$ ).

Aber erst 1914 konnte *R. Millikan* (1868-1953) die *Einsteinsche* Aussage experimentell überprüfen und bestätigen (Phys. Verh. **7**, 355 (1916)).

Nach der Relativitätstheorie besitzt ein Photon den linearen Impuls

$$p = E/c = hf/c = h/\lambda \quad (14)$$

### 1.3 Materiewellen

Die relativistische Gleichung der Gesamtenergie eines Teilchens lautet

$$E^2 = p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2 \quad (15)$$

Für ein Teilchen mit der Ruhemasse  $m_0 = 0$  (Photon, Neutrino usw.) ergibt sich  $E = pc$ . In diesen Fällen haben die Teilchen eine charakteristische Wellenlänge  $\lambda$  und einen Impuls von  $p = h/\lambda$ .

Nach *L. de Broglie* (1892-1987) hat ein Teilchen mit von Null verschiedener Ruhemasse außer dem Impuls  $p = mv$  auch eine Wellenlänge  $\lambda = h/p$

$$\lambda = h/p = h/mv \quad (16)$$

Außerdem postulierte *de Broglie* 1924 in seiner Doktorarbeit, dass die Frequenzen der "Materiewellen" der *Einsteinschen* Gleichung  $E = hf$  genügen müssen, d.h. es muss für sie gelten

$$f = E/h \quad (17)$$

Nach dieser Theorie muss ein Strahl von materiellen Teilchen (Elektronen) ebenso gebeugt werden wie ein Strahl von Photonen.

(Es ist recht interessant, dass auch die klassische *Maxwellsche Theorie* der elektromagnetischen Strahlung zur Gleichung  $p = E/c$  führt, wobei  $p$  und  $E$  den Impuls und die Energie der Strahlung pro Volumeneinheit bedeuten.)

Drei Jahre nach der Veröffentlichung von *de Broglies* Doktorarbeit, wurde die darin aufgestellte Hypothese von *Davison* und *Germer* (Phys.Rev. **30**, 705 (1927)) experimentell bestätigt, indem sie die Wellenlänge von Elektronen bestimmten. Das Experiment untersuchte die Streuung von niederenergetischen Elektronen ( $E_{\text{kin}}$  zwischen 10 eV und 100 eV) an einem Ni-Kristall. Vgl.

<http://qudev.phys.ethz.ch/content/science/BuchPhysikIV/PhysikIVch6.html> .

Die Intensität der gestreuten Elektronen zeigte unter gewissen Winkeln Maxima und Minima. Die gleichabständigen Kristallebenen wirkten wie ein Beugungsgitter (Reflexionsgitter) für die Materiewellen der Elektronen. (Die etwa zur gleichen Zeit "gemessenen" Elektronenbeugungen durch *E. Rupp* waren eine Fälschung.)

Schon 1920 hatte *C.W.Ramsauer* (1879-1955) festgestellt, dass Elektronen von bestimmter niedriger Energie ( $< 10\text{eV}$ ) ohne Schwierigkeiten durch eine verdünnte Edelgasatmosphäre fliegen können, während sie bei anderen Energien stark gebremst werden.

Dieser "Ramsauereffekt" wurde später als erster Nachweis von *De Broglie-Wellen* angesehen. Aber *Ramsauer* erhielt für seine Entdeckung keinen Nobelpreis.

#### 1.4 Das Bohrsche-Atommodell

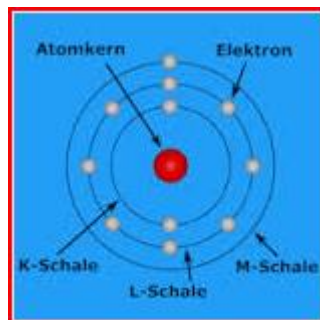
Im Jahr 1912 versuchte *Nils Bohr* (1885-1962) die experimentellen Ergebnisse *Rutherfords* (1871-1937) zu deuten, indem er für das einfachste Atom, das Wasserstoffatom, ein Modell entwarf, für das er die Quantenhypothesen von *Planck* und *Einstein* benutzte.

Um die Stabilität des Wasserstoffatoms zu erklären, postulierte *Bohr*:

1. Ein Elektron bewegt sich in einem Atom auf einer Kreisbahn um den Kern, ohne elektromagnetische Strahlung auszusenden (nur gewisse Bahnen sind stabil). Der Drehimpuls des Elektrons ist ein ganzzahliges Vielfaches von  $h/2\pi$ . (Nach *Dirac* wird diese Größe mit  $\hbar$  bezeichnet.)
2. Beim Übergang von einer Bahn zu einer anderen emittiert (bzw. absorbiert) das Atom ein Lichtquant, dessen Energie  $hf$  gleich ist der Energiedifferenz der beiden Kreisbahnen. Für die Emission gilt  $E_i - E_f = hf$  mit  $E_i > E_f$ , bei der Absorption ist  $E_f - E_i = hf$  mit  $E_i < E_f$ .

$E_i$  = Energie des Elektrons im Anfangszustand

$E_f$  = Energie des Elektrons im Endzustand



(nach Google)

Das *Bohrsche Modell* kann näherungsweise auch auf Eielektronen-Ionen angewandt werden, z.B. auf  $H^+$  oder  $Li^{++}$ . Aber das Modell beschreibt nur ungenau die Spektren komplizierterer Atome oder Ionen. Es konnte auch nicht den anomalen *Zeemaneffekt* beschreiben (magn. Zerlegung von Spektrallinien in mehr als drei Komponenten). Auch war es nicht möglich, den *Ramsauer-effekt* zu erklären, usw.

Die Atommodelle von *Rutherford* und *Thomson* wurden im Mechanikkurs (5.2.2 und 5.3.4) besprochen.