3.5 Nichtinertiale Koordinatensysteme

Das erste Newtonsche Gesetz gilt nicht für alle Koordinatensysteme, vgl. 2.1.2, aber man kann immer Bezugssysteme finden, in denen es gilt.

Derartige Systeme werden *Inertialsysteme* genannt. Diese sind in Ruhe oder sie befinden sich in geradlinig gleichförmiger Bewegung in Bezug auf den "absoluten Raum".

Heute weiβ man, dass es keinen absoluten Raum gibt -und daher auch keine absolute Bewegung. Es gibt nur eine relative Bewegung eines Körpers in Bezug auf einen anderen. Dennoch ist es nicht völlig falsch, z.B. die Fixsterne als ein Inertialsystem anzusehen, denn diese zeigen keine einfach erkennbare Bewegung.

Die tägliche Erfahrung sagt uns jedoch, dass auch der Erdboden in erster Näherung als ein inertiales Bezugssystem angesehen werden kann. Bei genauerem Hinschauen und in Sonderfällen werden wir allerdings feststellen, dass unsere Erde ein nichtinertiales System ist, in dem die Newtonschen Gesetze nicht streng gelten.

Dennoch werden wir im Alltag immer annehmen, dass die astronomischen Bewegungen der Erde vernachlässigbar sind. Dagegen ist ein sich drehendes Karussell mit Sicherheit ein nichtinertiales Bezugssystem (x,y,z). Wollen wir auf einer derartigen, sich drehenden, Plattform Experimente ausführen, so können wir sie auf ein quasi inertiales (X,Y,Z)-System beziehen, das wir auf dem Erdboden aufbauen. Wir werden weiter unten derartige Experimente betrachten.

3.5.1 Grundlagen für das Studium nichtinertialer Systeme

Wir wollen uns nun die Regeln entwickeln, die wir beim Arbeiten mit nichtinertialen Bezugssystemen zur Hand haben müssn.

Wenn in dem System (X,Y,Z) ein anderes System (x,y,z) mit der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ rotiert, benötigen wir, um die Bewegung eines Objektes zu beschreiben, die Ableitungen der Einheitsvektoren **i, j, k** des (x,y,z)-Systems in Bezug auf das System (X,Y,Z), das wir uns ruhend vorstellen. (Wir kümmern uns zunächst nur um die Rotation. Im allgemeinen Fall, den wir später betrachten, ist auch die Translation des Systems (x,y,z) in Bezug auf (X,Y,Z) zu berücksichtigen.)

Die zeitliche Ableitung bezeichnen wir mit d/dt, wenn sie im (x,y,z)-System gemessen wird. Die zeitliche Ableitung im (X,Y,Z)-System wird mit D/Dt gekennzeichnet.

Wir müssen uns an Gleichung (2), **v** = **ω** x **r**, des Abschnitts 3.4.9 erinnern, denn sie wird in den folgenden Betrachtungen eine wichtige Rolle spielen. Es existiert nämlich eine wichtige Beziehung zwischen den beiden Ableitungen, und Gl. (2) wird die Rolle eines Bindeglieds spielen. Sei **u** eine beliebige vektorielle Gröβe, z. Beispiel **u** = **r**.

Ihre Zeitableitung im System (X,Y,Z) ist

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = \frac{d\bar{u}}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{u} \qquad (1)$$

Hier bedeutet **ω** x **u** den Unterschied zwischen der Zeitableitung im festen System (X,Y,Z) und seiner zeitlichen Ableitung im rotierenden System (x,y,z). Wir können diese Transformation folgendermaβen schreiben

$$\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} + \bar{\omega} \times \qquad (2)$$

d.h. als Operator, den man auf jedweden Vektor **u** anwendet. Wenn wir ihn auf den Orsvektor **r** anwenden, erhalten wir D**r**/Dt = d**r**/dt + **ω** x **r**, und angewandt auf den Vektor **ω**, ergibt sich D**ω**/Dt = d**ω**/dt + **ω** x **ω** = d**ω**/dt, denn **ω** x **ω** = **0**. Also misst man in beiden Systemen dieselbe Winkelbeschleunigung: D**ω**/Dt = d**ω**/dt.

Wenn wir den Operator (2) auf sich selbst anwenden, erhalten wir die zweite Ableitung bezüglich der Zeit:

$$\frac{D^2}{Dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} + \frac{D\bar{\omega}}{Dt} \times + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \quad) + 2\bar{\omega} \times \frac{d}{dt} \qquad (3)$$

Später werden wir diesen Operator benutzen (3). Im Allgemeinen wird (x,y,z) nicht nur rotieren, sondern sich auch mit der Geschwindigkeit D$\mathbf{R_o}$/Dt in Bezug auf (X,Y,Z) verschieben. Vgl. die folgende Abbildung.

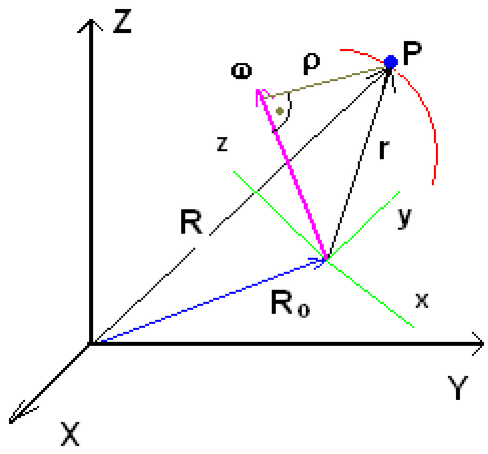

Fig. 3.5-1

$\mathbf{R_o}$ ist der Ortsvektor des Ursprungs des beweglichen Systems in Bezug auf (X,Y,Z).
R ist der Ortsvektor des Objektes P im System (X,Y,Z), **r** ist der Ortsvektor desselben Objektes in Bezug auf das bewegliche System (x,y,z).

Wir wollen **R** den *absoluten* Ortsvektor des Objektes nennen.

Es gilt $\mathbf{R} = \mathbf{R_o} + \mathbf{r} = \mathbf{R_o} + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ **;** die Geschwindigkeit in (x,y,z) nennen wir *relative* Geschwindigkeit. Es ist die Geschwindigkeit, die ein Beobachter misst, der im System (x,y,z) ruht: $\mathbf{v_{rel}} := d\mathbf{r}/dt$.

Die im ruhenden System bestimmten Ableitungen sind nach Gleichung (1)

$D\mathbf{R}/Dt = D\mathbf{R_o}/Dt + d\mathbf{r}/dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$. Mit $\mathbf{v_{abs}} = D\mathbf{R}/Dt$ und $\mathbf{v_o} = D\mathbf{R_o}/Dt$ ergibt sich

$$\mathbf{v_{abs}} = \mathbf{v_o} + \mathbf{v_{rel}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \qquad (4)$$

$\mathbf{v_{abs}}$ ist die Geschwindigkeit des Objekts, die ein Beobachter in (X,Y,Z) bestimmt. Um die absolute Beschleunigung zu erhalten, haben wir die Ableitung D/Dt von Gl. (4) zu berechnen:

$$\mathbf{a_{abs}} = D\mathbf{v_{abs}}/Dt = D\mathbf{v_o}/Dt + D\mathbf{v_{rel}}/Dt + D(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})/Dt$$

Wir benutzen nochmals Gl. (1):

$D\mathbf{v_{rel}}/Dt = d\mathbf{v_{rel}}/dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v_{rel}} = \mathbf{a_{rel}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v_{rel}}$ und

$D(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})/Dt = \boldsymbol{\omega} \times D\mathbf{r}/Dt + D\boldsymbol{\omega}/Dt \times \mathbf{r} = \boldsymbol{\omega} \times (d\mathbf{r}/dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + D\boldsymbol{\omega}/Dt \times \mathbf{r}$

$$= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v_{rel}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + D\boldsymbol{\omega}/Dt \times \mathbf{r}$$

Wir addieren und erhalten:

$$\mathbf{a}_{abs} = \mathbf{a}_o + \mathbf{a}_{rel} + \mathbf{2\omega} \times \mathbf{v}_{rel} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + D\boldsymbol{\omega}/Dt \times \mathbf{r} \quad (5)$$

Wir wären zum selben Resultat gekommen, wenn wir den Beschleunigungs-operator (3) benutzt hätten. Man brauchte ihn nur auf den Ortsvektor **r** anzuwenden:

$$D^2\mathbf{r}/Dt^2 = d^2\mathbf{r}/dt^2 + D\boldsymbol{\omega}/Dt \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + 2\,\boldsymbol{\omega} \times d\mathbf{r}/dt$$

Der Term - $\mathbf{2\omega} \times \mathbf{v}_{rel}$ ist als Coriolis-Beschleunigung bekannt (nach dem französischen Ingenieur Gustav Gaspard Coriolis, 1792 - 1843, der der erste war, die Bedeutung dieses Terms zu erkennen. Er stellt den Unterschied der Beschleuning in beiden Systemen dar (nur im Falle der Rotation).

Wenn das Objekt ruht, ist der Coriolis-Termt $\mathbf{2\omega} \times \mathbf{v}_{rel}$ Null -oder doch vernachlässigbar, falls $\mathbf{v}_{rel}$ sehr klein sein sollte. (Unter Coriolis-Term versteht man i. Allg. den Ausdruck $\mathbf{2\omega} \times \mathbf{v}_{rel}$, also ohne das negative Vorzeichen.)

Der Term $\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ ist die Zentripetalbeschleunigung, vgl. Fig. 3.4-25 in Abschnitt 3.4.9. Im Falle einer Kreisbewegung ist $\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = -R\omega^2\cdot\mathbf{e}_r$, wo R der Kreisradius ist.

(Vergl. Abschnitt 3.4.9 und die folgende Rechnung:

Wir können setzen $\boldsymbol{\omega} = \omega\cdot\mathbf{k}$ und $\mathbf{r} = r\cdot\cos(90-\beta)\cdot\mathbf{e}_r + r\cdot\sin(90-\beta)\cdot\mathbf{k} = r\cdot\sin\beta\cdot\mathbf{e}_r + r\cdot\cos\beta\cdot\mathbf{k}$,
$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \omega\cdot\mathbf{k} \times (r\cdot\sin\beta\cdot\mathbf{e}_r + r\cdot\cos\beta\cdot\mathbf{k}) = \omega\cdot r\cdot\sin\beta\cdot\mathbf{k} \times \mathbf{e}_r = \omega\cdot R\cdot\mathbf{e}_\varphi$, da $\mathbf{k} \times \mathbf{e}_r = \mathbf{e}_\varphi$.
$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \omega^2\cdot R\cdot\mathbf{k} \times \mathbf{e}_\varphi = \omega^2\cdot R\cdot(-\mathbf{e}_r)$, denn $\mathbf{k} \times \mathbf{e}_\varphi = -\mathbf{e}_r$.)

Die Coriolis- und die Zentripetalbeschleunigung treten bei einer Rotationsbe-wegung auf. In vielen Fällen können wir eine Translationsbewegung außer Acht lassen, und **ω** kann als konstant angesehen werden

In einer derartigen Situation reduziert sich Gl. (5) auf

$$\mathbf{a}_{abs} = \mathbf{a}_{rel} + \mathbf{2\omega} \times \mathbf{v}_{rel} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (6)$$

Wenn wir Gl. (5) mit der Masse des sich bewegenden Körpers multiplizieren, erhalten wir die Bewegungsgleichung des Körpers im nichtinertialen Bezugs-system:

$$m\,\mathbf{a}_{rel} = m\,\mathbf{a}_{abs} - m\,\mathbf{a}_o - m\,\mathbf{2\omega} \times \mathbf{v}_{rel} - m\,\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) - m\,D\boldsymbol{\omega}/Dt \times \mathbf{r} \quad (7)$$

Der erste Term dieser Gleichung ist die Summe aller Wechselwirkungskräfte, die, vom Standpunkt eines inertialen Beobachters in (X,Y,Z) auf den Körper einwirken.

Die anderen Terme stellen sogenannte *Scheinkräfte* dar, die man ins zweite newtonsche Gesetz einfügen muss, um die Fehler zu kompensieren, die auftreten, wenn man sich nicht in einem Inertialsystem befindet, vgl. 2.1.3.

Der zweite Term tritt dann auf, wenn der Ursprung des bewegten Koordinatensystems beschleunigt ist. Manchmal nennt man diesen Term "Einstein-Kraft". Der letzte Term ergibt sich, wenn die Winkelgeschwindigkeit des bewegten Systems sich ändert. Man spricht hier manchmal von "Euler-Kraft".

Die Terme der Mitte sind

$$\mathbf{F}_{\mathbf{cf}} = - m\, \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \text{ Zentrifugalkraft}$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{c}} = - m\, \mathbf{2}\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{\mathbf{rel}} \text{ Coriolis-Kraft} \qquad (8)$$

Beispiel:

Die Systeme (X,Y,Z) und (x,y,z) haben denselben Ursprung. Die Winkelgeschwindigkeit des bewegten Systems (x,y,z) in Bezug auf (X,Y,Z), das fest ist, beträgt $\boldsymbol{\omega} = 2t\, \mathbf{i} - t^2\, \mathbf{j} + (2t + 4)\, \mathbf{k}$, worin t die Zeit ist. Der Ortsvektor eines Teilchens im Augenblick t, beobachtet im bewegten System (x,y,z), lautet $\mathbf{r} = (t^2 + 1)\, \mathbf{i} - 6t\, \mathbf{j} + 4t^3\, \mathbf{k}$.

Berechne die Vektoren $\mathbf{v}_{\mathbf{rel}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{abs}}$, $\mathbf{a}_{\mathbf{rel}}$ e $\mathbf{a}_{\mathbf{abs}}$ für den Augenblick t = 1 s.

Lösung:

```
reset():

mat:= Dom::Matrix(): export(linalg):

r:=mat([[t^2+1,6*t^2,4*t]]):

w:=mat([[2*t^2,t^3,2*t-4]]):

vrel:=diff(r,t)://Relativgeschw.
```

```
subs(%,t=1);
```

| 2, 12, 4 |

```
vabs:= vrel+crossProduct(w,r)://Absolutgeschw.
subs(%,t=1)
```

$(18 \quad 0 \quad 14)$

```
simplify(vabs)
```

$(2 \cdot t \cdot (12 \cdot t - 6 \cdot t^2 + 2 \cdot t^3 + 1) \quad 14 \cdot t - 4 \cdot t^2 - 6 \cdot t^3 - 4 \quad -t^3 + 12 \cdot t^4 - t^5 + 4)$

was bedeutet:

$d\mathbf{r}/dt + \boldsymbol{\omega} x \mathbf{r} = (2t(12t-6t^2+2t^3+1), 14t-4t^2-6t^3-4, -t^3 + 12t^4-t^5+4))$

```
arel:=diff(vrel,t);
```

$(2 \quad 12 \quad 0)$

```
aabs:=
arel+2*crossProduct(w,vrel)+crossProduct(diff(w,t),r)
      +crossProduct(w,crossProduct(w,r)):
      subs(%,t=1)
```

$(44 \quad -76 \quad 22)$

Also:

$\mathbf{v}_{rel}$ (1s) = 2**i** + 12**j** + 4**k**; $\mathbf{v}_{abs}$ (1s) = 18**i** + 14**k**
$\mathbf{a}_{rel}$ (1s) = 2**i** + 12**j**; $\mathbf{a}_{abs}$ (1s) = 44**i** - 76**j** + 22**k**

3.5.2 Die Erde als ein nichtinertiales System

Eine besonders interessante Anwendung für die Formeln (6) und (7) ist das Studium der Bewegung eines Körpers (Teilchens) in Bezug auf die Erde. So sind die Drehbewegungungen der Orkane eine Folge der Corioliskraft.

Die groβen Luftmassen, die sich in diesen Orkanen mit meist groβer Geschwindigkeit bewegen, beschreiben riesige Kreise um das "Auge" des Orkans, welches ein Gebiet niederen Druckes darstellt. Auf der nördlichen Halbkugel drehen sich die Luftmassen entgegen dem Uhrzeiger. Auf der Südhalbkugel sollte ein Orkan sich im Uhrzeigersinn drehen. Aber infolge anderer meteorologischer Einflüsse treten Orkane im Süden sehr selten auf.

Wenn die Erde sich nicht drehte, wären die atmosphärischen Bewegungungen sehr einfach. Die thermische Konvektion würde die heiβe Luft am Äquator aufsteigen und zu den Polen treiben lassen. Von dort aus würden die Luftmassen wieder zum Äquator strömen. Aber die Erde dreht sich! –und diese Drehung ist Ursache der Corioliskraft, die danach strebt, die Bahnen der Luftteilchen zu krümmen, die mit $\mathbf{v}_{rel}$ über die Erdoberfläche fliegen.

Aber nicht nur Luftmoleküle "spüren" die Corioliskraft, alle Langstreckengeschosse haben gekrümmte Trajektorien –während sie fliegen, dreht die Erde sich unter ihnen weg.

In der Abb. 3.5-4 sehen wir einen Punkt P auf der Erdoberfläche. Der Winkel $\boldsymbol{\lambda}$**,** den $\mathbf{R}_o$ mit dem Äquator einschlieβt, ist die geografische Breite des Ortes. Die z-Achse des sich drehenden Systems (x,y,z) steht senkrecht auf der Tangentialebene an die Erde in P. Die y-Achse fällt mit der Süd-Nord-Richtung zusammen. Vgl. auch die sich anschlieβende Figur 3.5-3.

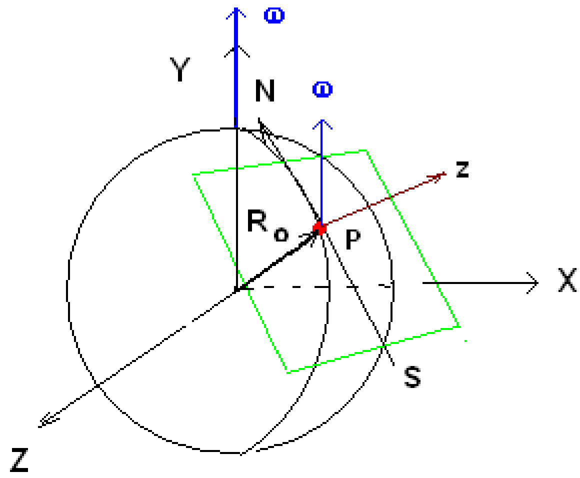

Fig. 3.5-2

In der Figur 3.5-3 sehen wir erneut das im Punkt P an die Erdoberfläche gebundene System (x,y,z). Dieses Koordinatensystem dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_r$ um die lokale z-Achse. $\boldsymbol{\omega}_r$ ist die Radialkomponente von $\boldsymbol{\omega}$, und $\boldsymbol{\omega}_y$ ist die Komponente in Richtung y-Achse (die Süd-Nord-Linie). Die x-Achse zeigt in die Papierebene.

$\boldsymbol{\omega}_r$ ist die Projektion der Winkelgewindigkeit der Erde auf die Senkrechte am Ort P. $\boldsymbol{\omega}_r$ ist daher an den Polen maximal, denn dort fallen Vertikale und Rotations-achse zusammen. Am Äquator steht die z-Achse senkrecht auf der Rotationsachse, folglich ist $\boldsymbol{\omega}_r$ dort Null.

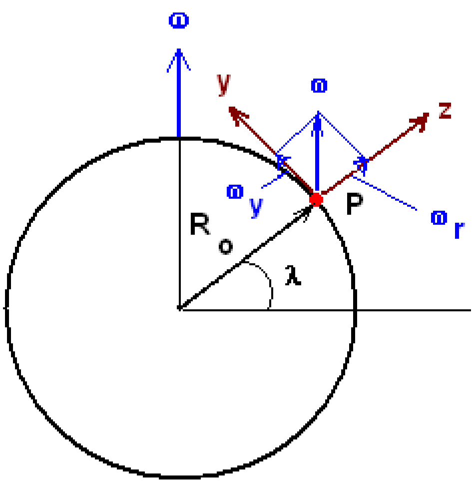

Fig. 3.5-3

Das System (x,y,z) macht in $T = 2\pi/\omega_r$ Sekunden eine volle Drehung in Bezug auf die Fixsterne.

Da die Erde eine Drehung (= 2π Radiant) um ihre Achse in ungefähr 24 Stunden = 86 400 Sekunden macht, beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi/86\,400\text{s} = 7{,}27 \cdot 10^{-5}$ rad/s.

Der genaue Wert liegt mehr bei $\omega = 7{,}29 \cdot 10^{-5}$ rad/s, denn T beträgt in Wirklichkeit 86 164 s.

Die Komponente von ω infolge der Bewegung der Erde um die Sonne ist vernachlässigbar, denn ihr Beitrag ist nur 1/365 des vorigen Wertes.

Nach Fig. 3.5-3 haben wir für die lokale Winkelgeschwindigkeit

$$\boldsymbol{\omega}_r = \boldsymbol{\omega}_y + \boldsymbol{\omega}_r = \omega \cos\lambda\, \mathbf{j} + \omega \sin\lambda\, \mathbf{k} \quad (9)$$

Somit ergibt sich für die Radialkomponente an einem Ort mit $\lambda = 40^o$ der nördlichen Halbkugel der Wert $\omega_r = 7{,}29 \cdot 10^{-5}$ rad/s $\cdot \sin 40^o = 4.69^{-5}$ rad/s.

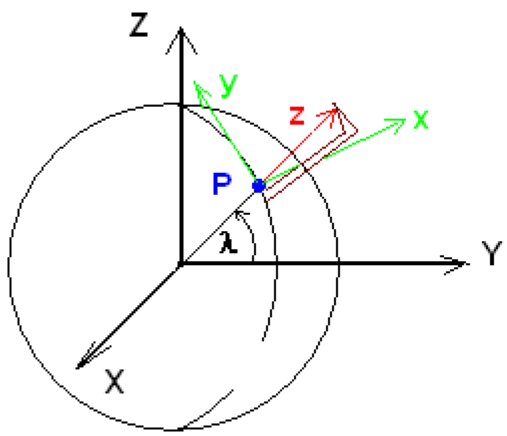

Fig. 3.5-4

Die Abbildung zeigt ein (x,y,z)-System, das im Punkt P der Erdoberfläche befestigt ist. In seinem Ursprung befindet sich ein Teilchen in Ruhe.

Es besitzt die Masse m und hängt an einem Faden, dessen anderes Ende an einer Aufhängung (Galgen) befestigt ist.

Die Kräfte, die auf das Teilchen einwirken, sind die radiale Schwerkraft $\mathbf{F_r}$ und die Fadenspannung **T**. Wir nehmen an, dass $\boldsymbol{\omega}$ = konst., was bedeutet, dass $D\boldsymbol{\omega}/Dt = 0$. Da außerdem $\mathbf{r} = 0$ und $\mathbf{v_{rel}} = 0$, reduziert sich Gl. (7) auf

$$m\,\mathbf{a_{abs}} - m\,\mathbf{a_o} = \mathbf{F_r} + \mathbf{T} - m\mathbf{a_o} = \mathbf{0} \quad (10)$$

$\mathbf{a_o}$ ist die Zentripetalbeschleunigung des Ursprungs von (x,y,z) in Bezug auf das System (X,Y,Z), die wir bereits in Kapitel 3.4 bestimmten: $\mathbf{a_o} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R_o})$.

Der Betrag dieses Vektors ist am Äquator (Erdradius = $6{,}37\cdot10^6$ m)

$$R_o\,\omega^2 = 6{,}37\cdot10^6\ \text{m} \cdot (7{,}29\cdot10^{-5})^2\ \text{s}^{-2} = 0.0338\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Dieser Wert ist nur $(0.0338/9.81)\cdot100\% = 0.345\%$ von $g = 9.81\ \text{m/s}^2$.
An einem Ort der Breite λ haben wir $|\mathbf{a_o}| = R_o\,\omega^2\cdot\cos\lambda$.

Kommen wir wieder auf Gl.(10) zurück: $\mathbf{F_r} + \mathbf{T} - m\cdot\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R_o}) = \mathbf{0}$

Für die Kraft, die der Faden auf m ausübt, können wir schreiben $-m\mathbf{g}$. Mit $\mathbf{F_r} = m\mathbf{g_o}$, worin der Vektor $\mathbf{g_o}$ auf das Zentrum der Erde weist, erhalten wir

$$m\mathbf{g_o} - m\mathbf{g} - m\cdot\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R_o}) = \mathbf{0}.$$

Man sieht, dass die Kraft $-m\cdot\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R_o})$, die eine Zentrifugalkraft ist, dafür sorgt, dass **T** und $\mathbf{F_r}$ nur am Äquator kollinear sind. An anderen Stellen der Erde bilden sie einen kleinen Winkel ε, der von der Breite λ abhängt.

Der Vektor $\mathbf{g} = \mathbf{g_o} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R_o})$, der leicht vom radialen Vektor $\mathbf{g_o}$ abweicht, hat die Richtung des Lotes, die mit der Richtung des Fadens übereinstimmt. **g** ist der Vektor der "normalen" Schwerebeschleunigung, die man auf der Erdoberfläche beobachtet. Man nennt diesen Vektor auch die *effektive* Schwerebeschleunigung.

Unter der *Vertikalen* versteht man die Richtung von **g**. Die Richtung von $\mathbf{g_o}$ ist *radial*, d.h. sie ist die Richtung der Gravitationskraft, die auf den Erdmittelpunkt weist. Der Betrag dieser Kraft ist $F_r = G\cdot m\cdot M/R_o^2$, vergleiche mit 2.1.4.

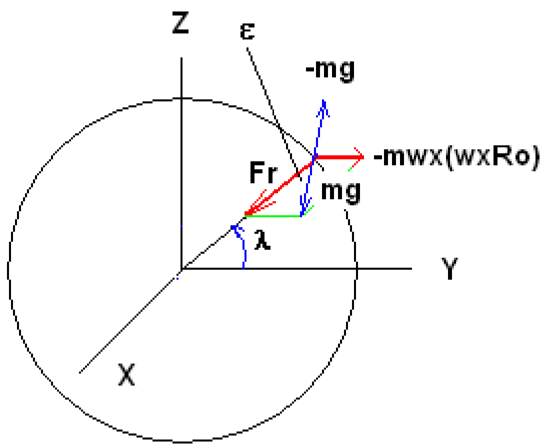

Fig. 3.5-5

Diese Skizze zeigt, dass die drei Kräfte **T** = -m**g**, $\mathbf{F_r}$ und -m**ω**x(**ω**x$\mathbf{R_o}$) nicht kollinear sind. **T** und $\mathbf{F_r}$ bilden einen kleinen Winkel ε, dessen Wert mit Hilfe des Sinussatzes bestimmt werden kann: $\sin\varepsilon /(mR_o\omega^2\cos\lambda) = \sin\lambda/mg$

Das heiβt, $\varepsilon \approx \sin\varepsilon = R_o\omega^2\cdot\sin(2\lambda)/(2g) \approx 0{,}1^o$ für $\lambda = 45^o$. In Figur 3.5-5 müsste man eigentlich auch die wahre Gestalt der Erde andeuten, die ein Ellipsoid ist.